Mathématiques Appliquées.

Quelques conseils :

Il est impératif d'aborder le programme de prépa avec une bonne maîtrise de celui de Terminale, en ayant à l'esprit que les mathématiques se feront sans calculatrice, pendant vos deux années de prépa et aux concours.

NB : en fonction de votre parcours au Lycée, certains des éléments qui peuvent vous être inconnus. Nous les découvrirons en classe ensemble.

Commençons par ce que vous devez **savoir** :
- les formules donnant les dérivées usuelles,
- les limites usuelles (celles que vous avez révisées pour le Bac),
- les propriétés, tableau de variation, et limites des fonctions logarithme et exponentielle,
- les formules de probabilité, notamment toutes celles qui concernent la loi binomiale.

Pour résumer, vous devez connaitre tout ce que certains auraient pu rentrer dans leur calculatrice... Il serait judicieux de répertorier ces éléments dans des fiches thématiques.

En termes de **savoir-faire** : règles usuelles de calcul (fractions, puissances, racines), études de fonctions, résolution d'équations du premier et second degré, résolution de systèmes d'équations. Les exercices qui suivent vous aideront à vérifier votre maitrise de ces savoir-faire. Ils sont à faire sans calculatrice, bien évidemment.

Exercice 1.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{4x-2}{x^2+2}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1. Donner l'ensemble de définition de f.

2. Montrer que $f'(x) = \dfrac{-4(x^2-x-2)}{(x^2+2)^2}$.

3. Etablir le tableau de signe de x^2-x-2 en fonction de x.

4. En déduire le tableau de variation de f.

5. Déterminer le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[-6;6]$.

6. Justifier que la droite (D) d'équation $y = 2x-1$ est tangente à$\mathcal{C}$ au point d'abscisse zéro.

7. Prouver que, pour tout réel x,

$$f(x) - (2x-1) = \frac{x^2(1-2x)}{x^2+2}$$

8. En déduire les positions relatives de $\mathcal{C}$ et (D).

9. Quels sont les points d'intersection de $\mathcal{C}$ et (D) ?

Exercice 2. On lance deux dés équilibrés.

Est-il plus probable d'obtenir un double (deux dés identiques) ou que la somme des résultats égale ou dépasse 10 ?

Exercice 3.

1. On pose $u_0 = \dfrac{5}{2}$ et $u_{n+1} = \dfrac{1-u_n}{2-u_n}$. Expliquer pourquoi cette suite a un problème. On pourra calculer ses premiers termes.

2. Expliquer pourquoi la suite définie par $v_0 = \dfrac{5}{2}$ et $v_{n+1} = \dfrac{1-v_n}{2+v_n^2}$ n'a pas ce problème.

<u>Exercice 4.</u> Résoudre les équations suivantes.

$$\frac{1}{x+1} = \frac{2x-3}{x-3} \qquad \frac{2x-5}{2} - \frac{x+3}{7} = \frac{7}{3} \qquad x^3 - 4x^2 - 5x = 0$$

<u>Exercice 5.</u> Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

$$f(x) = \sqrt{2} - x(1 - e^{-x}) \qquad g(x) = \sqrt{1+x} - \frac{1}{ln(x)}$$

<u>Exercice 6.</u> Une société a évalué à 0,07 la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si un salarié a la grippe, alors il est absent. Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, alors il est absent avec une probabilité de 0,04. On choisit un salarié au hasard dans cette société.

1. Quelle est la probabilité qu'il soit absent une semaine donnée ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit grippé sachant qu'il est absent ?

<u>Exercice 7.</u> Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} \qquad \left(\frac{2}{7} + 1\right)^2 - (-1)^{2017}$$

$$\frac{3^7 \times 2^9 - 6^8}{9^4 \times 4^4} \qquad \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}}}$$

<u>Exercice 8.</u> Donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes.

1. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x+1}}$
2. $g(x) = \ln\left(\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x+1}\right)$
3. $h(x) = \exp\left(\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x+1}\right)$

<u>Exercice 9.</u> Résoudre les inéquations suivantes.

1. $-3x + 2 \leqslant -3$
2. $2x - 6 > 7x - 11$
3. $x^2 - 3x + 2 \geqslant 0$
4. $\dfrac{x+1}{x-2} < x + 3$

<u>Exercice 10.</u> On considère la fonction définie par $u(x) = \dfrac{3}{2}x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 12x + 6$.

1. Vérifier que $u'(x) = 6(x-1)(x+1)(x+2)$.
2. En déduire le tableau de signe de $u'(x)$ puis le tableau de variations de u.
3. Donner le nombre de solutions de $u(x) = k$ en fonction du nombre réel k.